

2020 年第五届“数维杯”大学生 数学建模竞赛论文

题 目 全面建成小康社会进程研究

摘 要

2020 年是我国全面建成小康社会决胜之年，同时也是脱贫攻坚任务进入“最后一公里”的决胜时刻。然而，新冠疫情突然爆发，它成为了决胜道路上的最后一道障碍，如何在新冠疫情的冲击下继续向全面建成小康社会的目标昂首迈进以及如何在未来的岁月里更好地走可持续发展的道路，成为当下亟待解决的难题。

针对问题一 我们通过查阅自党的十六大以来的各项政府报告和国家统计局的中国统计年鉴，获得了 20 年来我国建设小康社会的具体做法，相关政策和主要成就，并据此总结出了全面建设小康社会的成功经验。并且我们在结合全球气候变暖、生态环境与人口压力倍增等现状的基础上，参照我国过去的相关政策和做法，并比联合国提出的可持续发展最新目标，最终得出了我国未来可持续发展的一种可行思路。

针对问题二 我们首先建立了三级别 17 指标的综合评价模型，其次利用熵值赋权和 AHP 法计算了各指标权重，并借助线性加权综合法和 Matlab 软件得出了 29 个省份的排名情况：北京-福建-海南-浙江-上海-重庆-江西-湖南-广西-吉林-云南-天津-陕西-黑龙江-江苏-贵州-辽宁-广东-四川-内蒙古-宁夏-河北-河南-西藏-安徽-山西-青海-山东-新疆。

针对问题三 首先，我们利用灰色预测模型对各浙江省财政收入、水利，环保投资、人口变化、老龄化趋势、城乡居民收入及生态环境承载力进行短期（4 年）和长期（10）的预测。接着，我们利用数据包络分析（DEA）的模型对浙江省未来四年和十年的可持续发展水平进行评价并用 Lingo 软件进行求解，最后得出结论为：受新冠疫情影响，2020-2023 年该省为非可持续发展阶段，且规模效益时增时减，从 2024 年开始恢复可持续发展且规模效益递增，之后几年该省均为可持续发展。

针对问题四 我们通过查阅各省的统计年鉴，得到了许多的宝贵数据。根据它们，我们对于各省的经济社会发展状况以及资源禀赋进行了相应的评估，于是得到以下计划：1) 转变资源利用模式，提高产业效率和加快调整各个省份的产业合作；2) 以优化投资结构促进产业结构调整并协调东部沿海与中西部省份的合作；3) 开发低碳项目推动循环经济发展为中西部与中西部省份的合作奠定基础。

关键词 综合评价；熵值赋权；AHP；DEA 的 C^2R 模型；灰色预测

一、问题重述

通过党和国家又一个二十多年的艰苦奋斗，我国人民生活水平即将由总体达到小康水平迈向全面建成小康的胜利道路。而 2020 年正是全面建成小康社会的决战之年，这一年即将成为中华民族发展史上的又一项新的里程碑。

然而，在这关键性的一年，新型冠状病毒疫情首先在我国武汉开始大规模爆发，之后向全国范围蔓延传播。虽然目前疫情已经得到了很好的控制，但对我国的经济发展必然造成了重要的影响。另外，尚未得到有效控制的全球性新型冠状病毒疫情正在更大规模蔓延以及世界处于百年未有的大变局的总体形式使得我国经济内外部环境变得更加恶劣。为此请您结合数学建模方法对如下问题进行合理的优化建模与规划。

问题 1: 总结归纳过去 20 年间我国全面建成小康社会历程中的成功经验，并结合全球气候变暖、生态环境与人口压力倍增等现状提出未来 20 年的我国可持续发展思路。

问题 2: 结合国家统计局年鉴、地方统计年鉴等官方数据，总结归纳诸如我国各省全面建成小康社会完成难度系数、完成比率及未来可持续发展能力等在内的多重指标对各省全面建成小康社会总体情况进行合理的评价与排序。

问题 3: 针对世界处于百年未有的大变局，以及新型冠状病毒疫情全球性蔓延的大环境，建立以某省为代表的短期及长远的经济社会可持续发展模型。这一模型需要充分考虑诸如人口变化、老龄化趋势、城乡居民收入及生态环境承载力等关键性因素。

问题 4: 提供一个各省之间的合作计划。这一计划在充分考虑各省份经济社会发展状况及资源禀赋，同时也能够对合作双方产生积极的促进作用和总体效率的提升。

二、问题分析

2.1 问题 1 的分析

我们通过查阅自党的十六大以来的各项政府报告和国家统计局的中国统计年鉴，获得了 20 年来我国建设小康社会的具体做法，相关政策和主要成就，并据此总结出了全面建设小康社会的成功经验。

对于未来 20 年我国可持续发展思路的研究，我们在结合全球气候变暖、生态环境与人口压力倍增等现状的基础上，参照我国过去的相关政策和做法，并比对联合国提出的可持续发展最新目标，最终得出了我国未来可持续发展的一种可行思路。

2.2 问题 2 的分析

为了对全国各省全面建成小康社会总体情况进行合理的评价与排序，我们将所有指标分设成三个级别进行综合评价，其中我们将全面建成小康社会作为一级指标，难度系数、完成比率、未来可持续发展能力及幸福数作为二级指标。净出口、货运量、邮电业务总量及财政收入作为二级指标-难度系数的三级指标，人均地区生产总值、城镇居民人均可支配收入、农村居民人均可支配收入、城镇化率及每千人医生数作为二级指标-完成比率的三级指标，森林覆盖率、人均城乡可支配收入差距及 65 岁以下人口比例作为二级指标-可持续发展能力的三级指标。我们采用熵值赋权与 AHP 相结合的方法确定各指标的权重并用线性加权的方法得到各省最终的全面建成小康社会总体情况的评分和排序。

2.3 问题 3 的分析

首先，我们利用灰色预测模型对各浙江省财政收入、水利，环保投资、人口变化、老龄化趋势、城乡居民收入及生态环境承载力进行短期（4 年）和长期（10）的预测，其中人口变化用常住人口表示，老龄化趋势用老龄人口比例表示，城乡居民收入用城镇人均可支配收入和农村人均可支配收入表表示，生态环境承载能力用水资源总量，森林覆盖率，污水处理率及工业固体废物综合利用量表示。接着，我们利用数据包络分析（DEA）的 C^2R 模型对浙江省未来四年和十年的可持续发展水平进行评价，并据此再结合新冠病毒爆发带来的影响给出浙江省未来可持续发展的相关建议。

2.4 问题 4 的分析

我们通过查阅各省的统计年鉴，得到了许多的宝贵数据。根据它们，我们对于各省的经济社会发展状况以及资源禀赋进行了相应的评估，于是便从以优化投资结构促进产业结构调整，转变资源利用模式以及开发低碳项目推动循环经济发展这三个方面提出各省之间相应的合作建议。

三、模型假设

- 1、假设国家和地方统计年鉴中给的数据均真实有效；
- 2、假设国家近几年政策并未发生大的变化，对于相关数据没有产生太大影响；
- 3、假设搜集的数据能够较全面地反映不确定因素对指标的影响程度。

四、定义与符号说明

符号定义	符号说明
x_{ij}	第 j 个 DMU 的第 i 种投入量
y_{ij}	第 j 个 DMU 的第 r 种产出量
v_i	第 i 种投入的权值
u_r	第 r 种产出的权值
e_i	各指标的信息熵值
W_i	各指标的权重
Q_j	各省全面建成小康社会总体情况的综合评分

五、模型的建立与求解

5.1 问题 1 的研究

久困于贫，冀以小康。2000 年，我国达到了总体小康的水平；2002 年，党的十六大报告提出要全面建设小康社会；至 2012 年，十八大提出全面建成小康社会的目标。这十年间，我们认真总结我国发展实践，准确把握我国发展的阶段性特征，及时提出和全面贯彻科学发展观等重大战略思想，开拓了经济社会发展的广阔空间。

十年以来，我们取得一系列新的历史性成就，为全面建成小康社会打下了坚实基础。我国经济总量从世界第六位上升到第二位，社会生产力、经济实力、科技实力迈上一个大台阶，人民生活水平、居民收入水平、社会保障水平迈上一个大台阶，综合国力、国际竞争力、国际影响力迈上一个大台阶，国家面貌发生新的历史性变化。人们公认，这是我国经济持续发展、民主不断健全、文化日益繁荣、社会保持稳定的时期。而党的十八大以来，在以习近平同志为核心的党中央坚强领导下，全面建成小康社会更是取得了历史性成就。

总体而言，我国已经基本实现全面建成小康社会目标。

一是综合发展指标大幅跃升。

➤看经济实力

2018 年我国经济总量突破 90 万亿元，人均国内生产总值折合约 9770 美元，在中等收入国家中位居前列。

➤看人类发展指数

2017 年在世界 189 个国家和地区中，我国位居第 86 位，是联合国引入这一指数以来，世界上唯一一个从“低人类发展水平”跃升到“高人类发展水平”的国家。

➤看城镇化率

2018 年我国城镇化率接近 60%，高于中等收入国家 52% 的平均水平。

二是人民生活水平不断提高。

➤从脱贫攻坚看

我国农村贫困人口从 2012 年底的 9899 万减少到 2018 年底的 1660 万，贫困发生率从 10.2% 下降到 1.7%，成效举世公认。

➤从收入水平看

我国形成了超过 4 亿人的、世界上规模最大、最具成长性的中等收入群体。从消费水平看，2018 年全国居民恩格尔系数已降至 28.4%，达到了联合国划分的富足区间。

➤从生活条件看

家电全面普及，2018 年全国居民每百户家用汽车拥有量为 33 辆，高于新加坡和中国香港；2017 年我国城镇和农村居民人均住房建筑面积分别为 36.9 和 46.7 平方米，高于一些发达国家。

三是基础设施和公共服务显著改善。

➤从教育看

九年义务教育全面普及，高等教育正在由大众化阶段进入普及化阶段，毛入学率 2018 年已达 48.1%，总体水平跃居世界中上行列。

➤从社会保障看

覆盖城乡居民的社会保障体系基本建立，人均预期寿命由新中国成立之初的 35 岁提高到 2017 年的 76.7 岁，比世界平均预期寿命高 4.2 岁。

➤从基本公共服务看

2016 年我国就实现了农村居民 100%接入电力，而 2015 年农村居民饮用安全水源的人口比例达 95.8%，均远高于 87.4%和 71%的世界平均水平。

20 年来，我们中国人砥砺前行，为全面建设和建成小康社会付出了无数辛勤的汗水，贡献了无穷无尽的人民智慧，同时也取得了无数骄人可喜的成就：从蛟龙号成功下潜到墨子号成功发射，从协调城乡发展不平衡到精准扶贫，消灭贫困人口等等。这些成功经验都将会成为我们宝贵的财富，激励着我们继续向前发展。

基于全球气候变暖、生态环境受破坏与人口压力倍增等现状，未来 20 年我国可持续发展应该完成以下 17 点目标[1]：

1	在世界各地消除一切形式的贫穷
2	消除饥饿，实现粮食安全，改善营养和促进可持续农业
3	确保健康的生活方式，促进各年龄段所有人的福祉
4	确保包容和公平的优质教育，促进全民享有终身学习机会
5	实现性别平等，增强所有妇女和女童的权能
6	确保为所有人提供和可持续管理水和环境卫生
7	确保人人获得负担得起、可靠和可持续的现代能源
8	促进持久、包容和可持续的经济增长，促进实现充分和生产性就业及人人有体面工作
9	建设有复原力的基础设施，促进具有包容性的可持续的产业化，并推动创新
10	减少国家内部和国家之间的不平等
11	建设具有包容性、安全、有复原力和可持续的城市和人类住区
12	确保可持续消费和生产模式
13	采取紧急行动应对气候变化及其影响
14	保护和可持续利用海洋和海洋资源促进可持续发展
15	保护、恢复和促进可持续利用陆地生态系统，可持续管理森林，防治荒漠化，制止和扭转土地退化现象，遏制生物多样性的丧失
16	促进有利于可持续发展的和平和包容性社会，为所有人提供诉诸司法的机会，在各级建立有效、负责和包容性机构
17	加强实施手段，重振可持续发展的全球伙伴关系

5.2 问题 2 的模型建立与求解

5.2.1 指标的选取与归纳

通过题目所给条件和相关资料，根据 2020 年全面建成小康社会的目标，我们总结归纳出以下指标：全面建成小康社会完成难度系数、全面建成小康社会完成比率、未来可持续发展能力、居民幸福指数，从这四个维度形成一级指标体系。

在上述每个维度之下，依据数据的可得性、可比性、可持续性和普遍性的特点，通过各省国民经济和社会发展统计公报、地方统计年鉴等，取得相关数据，构建具体的二级指标体系[2]。

具体指标如下所示：

表 5-1 各省全面建成小康社会总体情况的指标

一级指标	二级指标	单位
全面建成小康社会完成难度系数	全年货物净出口总额	亿元
	全年货物运输量	亿吨
	全年邮电业务总量	亿元
	全年地方一般公共预算收入	亿元
全面建成小康社会完成比率	人均地区生产总值	元
	城镇居民人均可支配收入	元
	农村居民人均可支配收入	元
	城镇化率	%
	每千人医生数	人
未来可持续发展能力	森林覆盖率	%
	人均城乡可支配收入差距	元
	65 岁以下人口比例	%
居民幸福指数	居民幸福指数	

5.2.2 数据的收集与整理

对于的数据，都可以来源于国家统计局和地方统计网站。各指标的详细数据都可以参考各省国民经济和社会发展统计公报和地方统计年鉴等。我们将收集的数据进行汇总统计和初步整理，详细见支撑材料。下面展示各省各项指标的部分数据：

表 5-2 全面建成小康社会完成比率

省份名称	人均地区生产总值/元	城镇居民人均可支配收入/元	农村居民人均可支配收入/元	城镇化率/%	每千人医生数/人
湖南	57540	39842	15395	57.22	2.75
广东	94172	48118	18818	71.40	2.53
广西	42964	34745	13676	51.09	2.30
海南	56507	25317	12418	59.23	2.48
重庆	75828	37939	15133	66.80	2.63
四川	55774	36154	14670	53.79	2.64

5.2.3 数据预处理

1) 归一化处理

由于收集和初步整理的各指标的数据性质不同，存在着度量单位和数量级的差别，存在不可公度性，不能直接进行数据计算。因此，为了保证结果的可靠性，我们必须对数据进行归一化处理。

此处，我们均采用向量归一化处理，具体公式如下：

$$x'_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{j=1}^n x_{ij}} \quad (5.1)$$

其中， x_{ij} 为第 i 个指标第 j 个省份的原始数据； x'_{ij} 为标准化后的数据。

2) 一致化处理

通过观察上述归一化处理后的数据，我们可以发现：在 13 个二级指标中，存在着正向和逆向两种指标，即存在极大型和极小型两种类型的数据。为了方便对这两种类型的数据同时进行评价和预测，我们需要对数据进行一致化处理。

此处，我们将所有数据处理为极大型数据，即值越大评价越高，以方便下面对各省全面建成小康社会总体情况的综合评价与排序。

具体处理方法如下：

➤ 逆向指标（极小型数据）

本问题中的逆向指标有：人均城乡可支配收入差距、全年货物净出口总额、全年货物运输量、全年邮电业务总量以及全年地方一般公共预算收入。

处理公式如下：

$$x_{ij}'' = \max(x_i) - x_{ij}' \quad (5.2)$$

其中， $\max(x_i)$ 为第*i*个指标中的最大值。

►正向指标（极大型数据）

本问题中的其他 9 个二级指标，都是正向指标。

处理公式如下：

$$x_{ij}'' = x_{ij}' \quad (5.3)$$

5.2.4 指标的量化处理

1) 对于居民幸福指数[3]

由于我们所收集的数据足够客观，因此采用均值分析法，进行量化处理即可。

2) 对于全面建成小康社会完成难度系数、完成比率

由于这两个指标的影响因素众多，且各个因素之间又互相影响。对于难度系数和完成比率，很难用某一个直观的因素来表现整体的合理性，所以，我们分别选取几个关键的影响因素进行量化分析。

因此，我们采用相对主观性较小的熵权法，赋予几个关键因素权重，并结合线性加权综合法，依据标准化后的数据，对相应的指标进行量化处理。

首先，利用熵权法，分别求得两个指标的各因素权重如下表所示：

表 5-3 全面建成小康社会完成难度系数的各因素权重

二级指标	权重
全年货物净出口总额	0.237
全年货物运输量	0.266
全年邮电业务总量	0.239
全年地方一般公共预算收入	0.311

表 5-4 全面建成小康社会完成完成比率的各因素权重

二级指标	权重
人均地区生产总值	0.318
城镇居民人均可支配收入	0.317
农村居民人均可支配收入	0.249
城镇化率	0.062
每千人医生数	0.053

其次，使用线性加权综合法，求得量化后的相应指标。具体公式如下：

$$q_j = \sum_{i=1}^k w_i x_{ij} \quad (5.4)$$

其中， q_j 为第 j 个省份的全面建成小康社会完成难度系数、完成比率的量化数据； w_i 为第 i 个二级指标的权重。

3) 对于未来可持续发展能力

影响未来可持续发展能力的因素有多个，其影响程度不尽相同[4]。为了能够更加准确合理地量化指标，我们依据标准化后的数据，综合运用层次分析法和线性加权综合法，对相应的指标进行量化处理。

首先，利用层次分析法，给几个相关因素赋予权重。

表 5-5 1~9 标度法的具体标度值及含义

标度值	含义
1	两个要素对某一属性具有同样的重要性
3	两个要素相比较，一个要素比另一个要素稍微重要
5	两个要素相比较，一个要素比另一个要素明显重要
7	两个要素相比较，一个要素比另一个要素非常重要
9	两个要素相比较，一个要素比另一个要素极端重要
2、4、6、8	表示需要在上述两个标准之间折中时的比量标度

➤ 模糊法确定判断矩阵 A ：

$$A = \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_1 & \dots & \omega_1 \\ \omega_1 & \omega_2 & & \omega_n \\ \omega_2 & \omega_2 & \dots & \omega_2 \\ \omega_1 & \omega_2 & & \omega_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \omega_n & \omega_n & \dots & \omega_n \\ \omega_1 & \omega_2 & & \omega_n \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

➤ 计算随机一致性指标 CI ：

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (5.6)$$

➤ 查找平均随机一致性指标 RI ：

$$RI = \frac{CI_1 + CI_2 + \dots + CI_n}{n} \quad (5.7)$$

表 5-6 第 1~9 阶平均随机一致性指标的取值

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45

➤ 计算随机一致性比例 CR ：

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (5.8)$$

当 $CR < 0.10$ 时，认为判断矩阵的一致性通过检验，否则判断矩阵需要作适当修正。

由此，求得未来可持续发展能力的各因素权重如下表所示：

表 5-7 未来可持续发展能力的各因素权重

二级指标	权重
森林覆盖率	0.673
人均城乡可支配收入差距	0.325
65 岁以下人口比例	0.002

其次，使用线性加权综合法，求得量化后的相应指标。具体公式同上式(5.4)。

综上所述，所有指标至此都已经进行了合理的量化处理，具体数据详见支撑材料。下面展示部分省份各项指标的量化数据：

表 5-8 部分省份各项指标的量化数据

省份	难度系数	完成率/%	可持续发展能力	幸福指数
北京	0.0391	693.8755	0.0270	0.15
天津	0.0422	387.7915	0.0189	0.10
河北	0.0311	211.6623	0.0332	0.29
山西	0.0365	201.7985	0.0260	0.18
内蒙古	0.0368	282.6191	0.0240	0.42

5.2.5 综合评价模型的建立与结论

考虑到各省全面建成小康社会总体情况综合评价体系，它具有复杂性和相对客观性，且会受数据收集、量化等限制因素影响。因此，我们采用了熵值赋权法对评价体系的各项指标进行赋权，因为其相对主观性较小，且能充分利用数据特征。

然后，结合各省的实际指标数据，根据权重比，计算出各省全面建成小康社会总体情况的综合评分。由于在上文中，我们已经将所有数据转化为极大型数据，因此综合评分越高，则说明该省全面建成小康社会的总体情况越好。

1) 模型的建立步骤：

Step 1: 计算各指标的信息熵值 e_i 。

可知，信息熵值越大，信息无序度越高，其信息的效用值就越大，也就是说：该指标对全面建成小康社会总体情况的影响程度越大。

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}^n}{\sum_{j=1}^{31} x_{ij}^n} \quad (5.9)$$

$$e_i = -k \sum_{j=1}^{31} p_{ij} \ln(p_{ij}) \quad (5.10)$$

注意：上式（5.9）中， $k = \frac{1}{\ln n} = \frac{1}{\ln 31} > 0$ ，满足 $e_i \geq 0$ ；

当 $p_{ij} = 0$ 时，则定义： $\lim p_{ij} \cdot \ln p_{ij} = 0$ 。

Step 2: 计算各指标的权重 W_i 。

$$W_i = \frac{1 - E_i}{n - \sum_{i=1}^4 E_i} \quad (5.11)$$

由此，求得各指标所占的权重如下表所示：

表 5-9 全面建成小康社会总体情况的各指标权重

二级指标	权重
全面建成小康社会完成难度系数	0.183
全面建成小康社会完成完成比率	0.266
未来可持续发展能力	0.239
居民幸福指数	0.311

Step 3: 计算各省全面建成小康社会总体情况的综合评分 Q_j ，并对其进行排序。

$$Q_j = \sum_{i=1}^{31} W_i \cdot p_{ij} \quad (5.12)$$

该评分越高，则说明该省全面建成小康社会的总体情况越好。

2) 模型的评价结论:

我们利用 *matlab* 具体实现该综合评价模型, 得到各省份全面建成小康社会总体情况的综合评价如下表所示:

表 5-10 各省份全面建成小康社会总体情况的综合评分和排序

排名	省份	综合评分	排名	省份	综合评分
1	北京	0.051021236	16	贵州	0.03498867
2	福建省	0.045992232	17	辽宁	0.033110394
3	海南	0.042379008	18	广东	0.03274884
4	浙江省	0.041774361	19	四川	0.032059572
5	上海市	0.039558278	20	内蒙古	0.030857732
6	重庆	0.038834022	21	宁夏	0.029864957
7	江西	0.038241368	22	河北	0.029338065
8	湖南	0.036961678	23	河南省	0.028855374
9	广西	0.036223412	24	西藏	0.028535172
10	吉林	0.035371903	25	安徽省	0.028213553
11	云南	0.035289242	26	山西	0.027860222
12	天津	0.035264984	27	青海	0.027639177
13	陕西	0.035227916	28	山东省	0.026800042
14	黑龙江	0.035115906	29	新疆	0.02676245
15	江苏省	0.035110234			

5.3 问题 3 的模型建立与求解

5.3.1 建模准备

依据数据的可得性和完整性原则, 我们选取浙江省为代表省份来进行研究。通过题目所给条件和相关资料, 我们考虑以下关键性因素, 包括: 经济增长、人口变化、老龄化趋势、城乡居民收入、环境状况以及生态环境承载力。

在上述每个维度之下, 我们通过浙江省国民经济和社会发展统计公报、地方统计年鉴等, 依据数据的可得性、可比性、可持续性和普遍性的特点, 取得相关数据, 整理出相关的可量化指标。具体如下图所示:

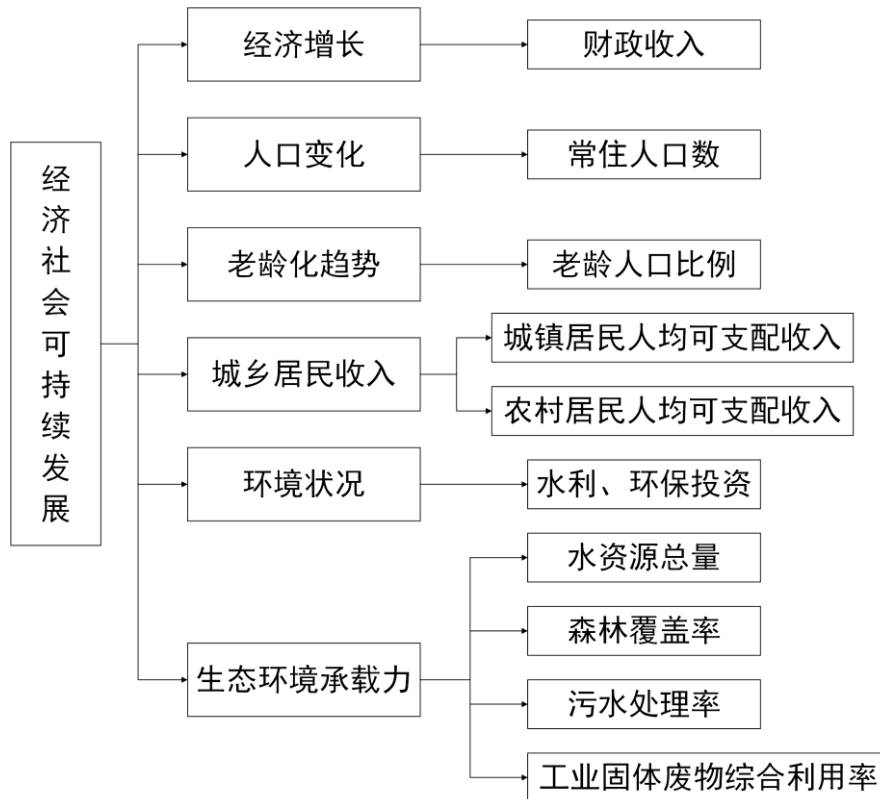


图 5-1 经济社会可持续发展模型的可量化指标

5.3.2 灰色预测 $GM(1, N)$ 模型的建立与结果

考虑到经济社会可持续发展模型，它具有复杂性和不确定因素，且相关可量化指标样本数据比较少[5]。因此，我们采用灰色预测 $GM(1, N)$ 模型，对浙江省未来 10 年的各项可量化指标进行预测。

1) 模型的建立步骤：

Step 1: 建立初始序列。

假设初始序列 $x_i^{(0)}$ 为：

$$x_i^{(0)} = \{x_i^{(0)}(1), x_i^{(0)}(2), \dots, x_i^{(0)}(m)\}; i = 1, 2, \dots, N \quad (5.13)$$

其中， $x_i^{(0)}$ 为第 i 个变量的初始序列集。

Step 2: 初始序列集的一阶累加生成。

对初始序列集 $x_i^{(0)}$ 进行一阶累加生成，定义 $x_i^{(1)}$ 为初始序列集的一次累加生成序列，即：

$$\begin{cases} x_i^{(1)} = \{x_i^{(1)}(1), x_i^{(1)}(2), \dots, x_i^{(1)}(m)\}; i = 1, 2, \dots, N \\ x_i^{(1)}(t) = \sum_{l=1}^t x_i^{(0)}(l); t = 1, 2, \dots, m; l = 1, 2, \dots, t \end{cases} \quad (5.14)$$

建立微分方程：

$$\begin{cases} \frac{dx_i^{(1)}(k)}{dt} + ax_i^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) \\ x_1^{(0)}(k) + aZ_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) \\ Z_1^{(1)}(k) = \frac{x_1^{(1)}(k) + x_1^{(1)}(k-1)}{2} \end{cases} \quad (5.15)$$

其中， a 为系数发展系数； $b_i x_i^{(1)}(k)$ 为系统驱动项，其中 b_i 为系统驱动系数；

$Z_1^{(1)}(k)$ 为相邻累加生成序列 $x_1^{(1)}(k)$ 和 $x_1^{(1)}(k-1)$ 的均值。

Step 3: 求解灰参数。

当初始序列 $x_i^{(0)}$ 非负， $x_i^{(1)}$ 为原始序列 $x_i^{(0)}$ 的一次累加生成序列，并假设 \hat{a} 为系统的参数包，且满足：

$$\begin{cases} \hat{a} = [a, b_2, b_3, \dots, b_N]^T \\ B = \begin{bmatrix} -Z_1^{(1)}(2), & x_2^{(1)}(2), & \dots & x_N^{(1)}(2) \\ -Z_1^{(1)}(3), & x_2^{(1)}(3), & \dots & x_N^{(1)}(3) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -Z_1^{(1)}(m), & x_2^{(1)}(m), & \dots & x_N^{(1)}(m) \end{bmatrix}^T \\ Y_N = [x_1^{(0)}(2), x_1^{(0)}(3), \dots, x_1^{(0)}(m)]^T \end{cases} \quad (5.16)$$

其中， b_2, b_3, \dots, b_N 为系统驱动系数； B, Y_N 为系统参数包 \hat{a} 的矩阵因子。

由此可根据基于微分方程的最小二乘法求解灰参数，即：

$$\begin{aligned} m = N + 1: \hat{a} &= B^{-1} Y_N \\ m > N + 1: \hat{a} &= (B^T B)^{-1} B^T Y_N \\ m < N + 1: \hat{a} &= B^T (B B^T)^{-1} Y_N \end{aligned} \quad (5.17)$$

Step 4: 还原间隔方程。

通过上式求得的灰参数还原间隔方程为：

$$\hat{x}_1^{(0)}(k+1) = \left\{ \sum_{i=2}^{N-1} \frac{b_i}{a} [x_i^{(1)}(k) - x_i^{(1)}(k+1)] \right\} (e^{-at} - 1) \quad (5.18)$$

其中， $\hat{x}_1^{(0)}(k+1)$ 为第 $k+1$ 个数据预测值。

由此式即可得到，模型相关的可量化指标的预测结果。

2) 模型的预测结果:

我们利用 *matlab* 具体实现该灰色预测模型，得到浙江省未来 10 年的各项可量化指标的预测结果。具体见下两表:

表 5-11 模型可量化指标的预测结果 (1)

	财政收入 /亿	常住人口数 /万	水利, 环保 投资/亿	老龄人口比 例/%	城镇居民人 均可支配收入/元
2019	13391.29764	5012.522696	6298.286833	23.41367541	62204.99472
2020	15002.26328	5043.257566	7679.624379	24.29268026	68080.3287
2021	16807.02719	5074.180891	9363.91628	25.20468503	74510.59481
2022	18828.9032	5105.293825	11417.60635	26.15092861	81548.20701
2023	21094.00976	5136.597533	13921.71085	27.13269643	89250.52987
2024	23631.60737	5168.093182	16975.01445	28.15132213	97680.34605
2025	26474.47657	5199.781951	20697.96729	29.20818945	106906.3682
2026	29659.34135	5231.665023	25237.43653	30.30473408	117003.7988
2027	33227.34358	5263.74359	30772.50021	31.44244559	128054.9435
2028	37224.57449	5296.018851	37521.51166	32.62286949	140149.8816

表 5-12 模型可量化指标的预测结果 (2)

	农村居民人 均可支配收入/元	水资源总量/ 亿标立方米	森林覆盖率 /%	污水处理率 /%	工业固体废 物综合利用 量/吨
2019	31638.03643	1158.287879	61.13801619	104.334265	4958.064914
2020	35282.27074	1174.337408	61.18825741	107.7378613	5135.169156
2021	39346.267	1190.609323	61.2385399	111.2524899	5318.599638
2022	43878.37558	1207.106706	61.28886372	114.8817727	5508.582337
2023	48932.5161	1223.832681	61.3392289	118.6294502	5705.351301
2024	54568.81892	1240.790416	61.38963546	122.4993846	5909.148938
2025	60854.34056	1257.98312	61.44008344	126.4955641	6120.226315
2026	67863.8614	1275.414052	61.49057288	130.6221071	6338.843469
2027	75680.77548	1293.086511	61.54110381	134.8832663	6565.269723
2028	84398.08256	1311.003844	61.59167627	139.2834333	6799.784021

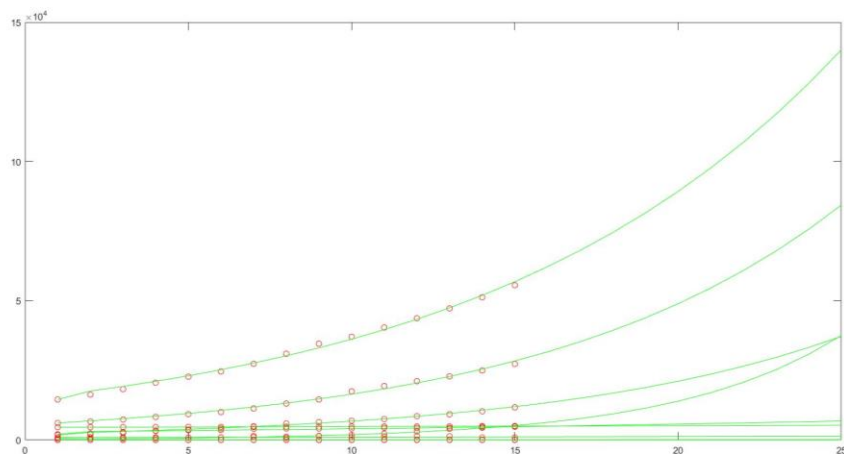


图 5-2 模型可量化指标的预测结果

5.3.3 数据包络分析 C^2R 模型的建立与结论

本问题要求建立短期及长远的经济社会可持续发展模型，这本质上是一个多投入多产出的复杂社会经济系统。而数据包络分析（ DEA ）无需任何权重假设，排除了很多主观因素，具有很强的客观性，对于处理这类问题独具优势[6]。因此，我们采用数据包络分析（ DEA ）对浙江省的可持续发展进行评价。

1) 模型的建立步骤：

设：有 n 个 DMU，每个 DMU 都有 m 种投入和 s 种产出。

表 5-13 模型所用参数及其定义

参数	参数定义
x_{ij}	第 j 个 DMU 的第 i 种投入量
y_{ij}	第 j 个 DMU 的第 r 种产出量
v_i	第 i 种投入的权值
u_r	第 r 种产出的权值
\mathbf{X}_j	决策单元 j 的输入向量
\mathbf{Y}_j	决策单元 j 的输出向量
\mathbf{u}	输入权值向量
\mathbf{v}	输出权值向量

此处，我们选取具有代表性的指标作为输入和输出变量：

输入变量：财政收入、常住人口数、水利，环保投资；

输出变量：经济发展（用城镇和农村居民人均可支配收入表示）、社会发展（用老龄人口比例表示）、环境发展（用水资源总量、森林覆盖率、污水处理率、工业固体废物综合利用量表示）。

Step 1: 定义决策单元 j 的效率评价指数。

$$h_j = (\mathbf{u}^T \mathbf{Y}_j) / (\mathbf{v}^T \mathbf{X}_j) \quad (5.19)$$

Step 2: 建立评价决策单元 j_0 效率的数学模型。

$$\begin{aligned} & \max \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{Y}_{j_0}}{\mathbf{v}^T \mathbf{X}_{j_0}} \\ & s.t. \begin{cases} \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{Y}_j}{\mathbf{v}^T \mathbf{X}_j} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n \\ \mathbf{u} \geq 0, \mathbf{v} \geq 0, \mathbf{u} \neq 0, \mathbf{v} \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Step 3: 通过 *Charnes – Cooper* 变换，将模型转化为等价的线性规划问题。

Charnes – Cooper 变换： $\omega = \mathbf{t}\mathbf{v}, \mu = \mathbf{t}\mathbf{u}, \mathbf{t} = \frac{1}{\mathbf{v}^T \mathbf{X}_{j_0}}$

上述模型转化为以下形式：

$$\begin{aligned} & \max \mathbf{V}_{j_0} = \mu^T \mathbf{Y}_{j_0} \\ & s.t. \begin{cases} \omega^T \mathbf{X}_j - \mu^T \mathbf{Y}_j \geq 0 \\ \omega^T \mathbf{X}_{j_0} = 1 \\ \omega \geq 0, \mu \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (5.21)$$

若线性规划得到的最优目标值 $\mathbf{V}_{j_0} = 1$ ，则说明该年处于可持续发展阶段。

2) 模型的结果分析：

我们利用 *lingo* 具体实现该数据包络分析 C^2R 模型，得到浙江省 2004~2028 年可持续发展的评价结果，如下表所示：

表 5-14 模型的结论

年份	θ	结论	年份	θ	结论
2004	0.2901843	非 DEA 有效	2017	1	DEA 有效 规模收益不变
2005	0.2853571	非 DEA 有效 规模收益递减	2018	1	DEA 有效 规模收益不变

2006	0.2968261	非 DEA 有效 规模收益递增	2019	1	DEA 有效 规模收益不变
2007	0.3425151	非 DEA 有效 规模收益递增	2020	0.78594	非 DEA 有效 规模收益递减
2008	0.4594712	非 DEA 有效 规模收益递增	2021	0.89765	非 DEA 有效 规模收益递增
2009	0.7182609	非 DEA 有效 规模收益递增	2022	0.79546	非 DEA 有效 规模收益递减
2010	0.9069108	非 DEA 有效 规模收益递增	2023	0.98765	非 DEA 有效 规模收益递增
2011	1	DEA 有效 规模收益递增	2024	1	DEA 有效 规模收益递增
2012	1	DEA 有效 规模收益不变	2025	1	DEA 有效 规模收益不变
2013	1	DEA 有效 规模收益不变	2026	1	DEA 有效 规模收益不变
2014	1	DEA 有效 规模收益不变	2027	1	DEA 有效 规模收益不变
2015	1	DEA 有效 规模收益不变	2028	1	DEA 有效 规模收益不变
2016	1	DEA 有效 规模收益不变			

综上所述，我们归纳结论如下：

短期（2020-2023 年）： 由于受到新冠疫情以及世界大变局的影响，该省处于非可持续发展阶段，且规模效益时增时减；

长远（2024 年及以后）： 该省开始逐步恢复可持续发展且规模效益递增，之后几年该省均保持可持续发展。

5.4 关于建立中国各省之间的合作计划的报告

尊敬的各省的政府领导：

你们好！

通过查阅各省的统计年鉴及国民经济和社会发展统计公报，我们得到了许多有价值的信息。基于这些信息，我们对于各省的经济社会发展状况以及资源禀赋进行了相应的评估。

因此，我们将从以下三个方面提出相应的合作建议：

一、以优化投资结构促进产业结构调整(东部沿海与中西部省份的合作)

首先，要加快中西部省份承接东部沿海省份的产业转移进程，把握住重点，有选择的支持中西部省份承接产业转移。对于技术含量较高、能充分融入中西部

省份的资源和经济环境，发挥其优势条件，可实现持续发展的产业转移给予大力支持。

其次，东部沿海地区要帮助中西部省份的制造业，逐步从技术引进走向自主创新。在制造业具有一定技术基础的行业，依靠独特自然条件和生产技术的制药业等行业，通过引导一批优秀企业加大对引进人才和自主研发的资金投入，实现企业掌握核心技术、生产高附加值的产品、创立自主品牌。

最后，资金投向要在支持基础设施建设的同时带动服务业发展。在加强基础设施建设的同时，中西部省份的投资资金应进一步向物流业、经济交易服务等行业倾斜，从而培育多个服务业亮点。

二、转变资源利用模式，提高产业效率(各个省份的产业合作调整)

首先，要转变资源利用模式，提高资源的利用效率，就要配合产业结构调整，促进传统产业的改造升级，尤其是加强对资源开采和加工业的改造。

其次，要重点做好资源战略规划，通过规划和实施资源发展的长期战略，在重要资源能源领域组建大型发展集团，整合资源和技术，通过集团方式对关键性资源能源进行规模化的开采和深加工，提高资源能源在市场中的地位和在交易中的价格谈判能力，使有限的资源为经济发展提供最大的贡献。

三、开发低碳项目推动循环经济发展(中西部与中西部省份的合作)

首先，要做好以山西、河南等省份低碳循环经济的总体规划，对于这些资源量丰厚的中西部省份，进行相关系列的合作，共同从资源环境协同的初级可持续发展阶段到资源有效利用的可持续发展的高级阶段转变。继续推动以工业节能为重点，公共机构、建筑、交通、农村沼气等多领域节能减排相配合的模式，明确节能减排的阶段性和资金投入的关键性领域。

其次，要积极开发 CDM 项目，组建包含环保、CDM 项目开发和可行性分析、项目管理、碳交易等领域专家的专业团队，对 CDM 项目的开发、运行管理和交易进行专业的指导。

最后，要关注低碳金融发展。随着国内外低碳经济的迅速发展，低碳金融作为低碳经济中的重要部分将发挥越来越关键的作用。关注低碳金融的发展，尤其是碳交易市场的发展，将为中西部省份未来在低碳经济领域的领先发展奠定基础。

六、模型的评价及优化

6.1 模型的优点

为了避免模型的单一性和确保数据的精确性，我们采用了多种模型结合法，从主观和客观等多个方面验证了数据的合理性。在针对模型二中的全面建成小康社会的评价过程当中，层次分析法由于主要以计量手段作为获得数据的主要来源，适合于可以较好量化的指标，如区域的经济增长、城镇和农村居民的收入、人口变化、幸福指数等；对于不能够较好得数量化的指标，如政治、文化的影响力以及生态环境的状况等，就不能较好得作用，我们则借助了熵值法这样的客观分析的方法分析各指标的权重，同时我们对这些因素的重要性程度进行排名，有利于决策者对一些关键因素的判断与控制，从而减少了主观因素过强带来的误差。而且模型三中采用灰色预测模型，针对年鉴中提供的少量数据进行量化分析，也可以得到较为精确的结果。

6.2 模型的缺点

数据的采集不够精确，有少部分的缺失，会给后期的模型计算带来误差；使用层次分析法时，由于指标过多，很多因素之间存在模糊关系。

6.3 模型的推广

基于指标之间的模糊度问题，我们可以进一步加强模糊集合之间的隶属度水平，实现求解的精化，比如在指标上在建立一个准则层，在定义全面建成小康社会难度系数的几个指标当中，再次进行合理的分类，使其分别隶属于上面的准则层，这样多了一层尺度比较，更有利于数据的精确性。

参考文献

- [1]王天义. 全球化视野的可持续发展目标与 PPP 标准:中国的选择[J]. 改革,2016(02):20-34.
- [2]肖宏伟. 我国全面建成小康社会评价指标体系研究[J]. 发展研究,2014(09):27-34.
- [3]曲立敏,王涛,张海彦.我国各省市居民幸福指数排名[J].高师理科学刊,2017,37(2):18-22. DOI:10.3969/j.issn.1007-9831.2017.02.006.
- [4]吕永龙,王一超,苑晶晶,贺桂珍. 关于中国推进实施可持续发展目标的若干思考[J]. 中国人口·资源与环境,2018,28(01):1-9.
- [5]王光辉,刘怡君,王红兵. 过去 30 年世界可持续发展目标的演替[J]. 中国科学院院刊,2015,30(05):586-592.
- [6]郭存芝,彭泽怡,丁继强. 可持续发展综合评价的 DEA 指标构建[J]. 中国人口·资源与环境,2016,26(03):9-17.

附录

问题 2 的代码:

```

%计算各省难度系数
clc,clear
load('data_nd.mat'); % 读入数据
x=data_nd;
% 函数 shang.m, 实现用熵值法求各指标(列) 的权重及各数据行的得分
% x 为原始数据矩阵, 一行代表一个省份, 每列对应一个指标
% s 返回各行得分, w 返回各列权重
% 熵值法确定权重
% 确定指标层权重
% 熵值法确定权重
% 确定指标层权重
[m,n]=size(x);
y=zeros(m,n);
for i=1:n
x(:,i)=max(x(:,i))-x(:,i)+0.01;
y(:,i)=x(:,i)/sum([x(:,i)]); % 原始矩阵归一化
end
for i=1:n
s(1,i)=0;
for j=1:m
p(1,i)=y(j,i)*log(y(j,i));
s(1,i)=s(1,i)+p(1,i);
end
end
k=(log(m))^( -1);
e=-k*s;
h=ones(1,n)-e;
w=h/sum(h) % 指标权重值
sum(w)
g=y*w'; % 计算综合评价值

%计算各省完成比例
clc,clear
load('datawc.mat'); % 读入数据
x=datawc;
% 函数 shang.m, 实现用熵值法求各指标(列) 的权重及各数据行的得分
% x 为原始数据矩阵, 一行代表一个省份, 每列对应一个指标
% s 返回各行得分, w 返回各列权重
% 熵值法确定权重

```

```

% 确定指标层权重
% 熵值法确定权重
% 确定指标层权重
[m,n]=size(x);
y=zeros(m,n);
for i=1:n
y(:,i)=x(:,i)/sum([x(:,i)]); % 原始矩阵归一化
end
for i=1:n
s(1,i)=0;
for j=1:m
p(1,i)=y(j,i)*log(y(j,i));
s(1,i)=s(1,i)+p(1,i);
end
end
k=(log(m))^( -1);
e=-k*s;
h=ones(1,n)-e;
w=h/sum(h) % 指标权重值
sum(w)
g=y*w'; % 计算综合评价

%计算各省可持续发展能力
clc,clear
load('data_kcx.mat'); % 读入数据
x=data_kcx;
% 函数 shang.m, 实现用熵值法求各指标(列) 的权重及各数据行的得分
% x 为原始数据矩阵, 一行代表一个省份, 每列对应一个指标
% s 返回各行得分, w 返回各列权重
% 熵值法确定权重
% 确定指标层权重
% 熵值法确定权重
% 确定指标层权重
[m,n]=size(x);
y=zeros(m,n);
for i=1:n
    if i==2
        x(:,i)=max(x(:,i))-x(:,i)+0.01;
    end
y(:,i)=x(:,i)/sum([x(:,i)]); % 原始矩阵归一化
end
for i=1:n

```



```
s(1,i)=0;
for j=1:m
p(1,i)=y(j,i)*log(y(j,i));
s(1,i)=s(1,i)+p(1,i);
end
end
k=(log(m))^-1;
e=-k*s;
h=ones(1,n)-e;
w=h/sum(h) % 指标权重值
sum(w)
g=y*w'; % 计算综合评价值

%对各省全面小康进行综合评价与排序
clc,clear
load('data_hz.mat'); % 读入数据
x=data_hz(:,1:3);
% 函数 shang.m, 实现用熵值法求各指标(列) 的权重及各数据行的得分
% x 为原始数据矩阵, 一行代表一个省份, 每列对应一个指标
% s 返回各行得分, w 返回各列权重
% 熵值法确定权重
% 确定指标层权重
% 熵值法确定权重
% 确定指标层权重
[m,n]=size(x);
y=zeros(m,n);
for i=1:n
y(:,i)=x(:,i)/sum([x(:,i)]); % 原始矩阵归一化
end
for i=1:n
s(1,i)=0;
for j=1:m
p(1,i)=y(j,i)*log(y(j,i));
s(1,i)=s(1,i)+p(1,i);
end
end
k=(log(m))^-1;
e=-k*s;
h=ones(1,n)-e;
w=h/sum(h) % 指标权重值
sum(w)
g=y*w'; % 计算综合评价值
```

问题 3 的代码:

```
%灰色预测
clc;clear;
%建立符号变量a(发展系数)和b(灰作用量)
syms a b;
c = [a b]';
%原始数列 A
A = [2037
2336
2855
3334
3498
3586
3983
4129
4111
4123
4365
4338
4040
4365
4751];
A=A';
T1=15;
T2=10;
t1=1:T1;
t2=1:T1+T2;
n = length(A);

%对原始数列 A 做累加得到数列 B
B = cumsum(A);

%对数列 B 做紧邻均值生成
for i = 2:n
    C(i) = (B(i) + B(i - 1))/2;
end
C(1) = [];

%构造数据矩阵
B = [-C;ones(1,n-1)];
Y = A; Y(1) = []; Y = Y';
```

```
%使用最小二乘法计算参数 a (发展系数) 和b (灰作用量)
c = inv(B*B')*B*Y;
c = c';
a = c(1); b = c(2);

%预测后续数据
F = []; F(1) = A(1);
for i = 2:(n+10)
    F(i) = (A(1)-b/a)/exp(a*(i-1))+ b/a;
end

%对数列 F 累减还原,得到预测出的数据
G = []; G(1) = A(1);
for i = 2:(n+10)
    G(i) = F(i) - F(i-1); %得到预测出来的数据
end

disp('预测数据为: ');
G

%模型检验

H = G(1:15);
%计算残差序列
epsilon = A - H;

%法一: 相对残差Q检验
%计算相对误差序列
delta = abs(epsilon./A);
%计算相对误差Q
disp('相对残差Q检验: ')
Q = mean(delta)

%法二: 方差比C检验
disp('方差比C检验: ')
C = std(epsilon, 1)/std(A, 1)

%法三: 小误差概率P检验
S1 = std(A, 1);
tmp = find(abs(epsilon - mean(epsilon)) < 0.6745 * S1);
disp('小误差概率P检验: ')
```

```
P = length(tmp)/n
```

```
%绘制曲线图
```

```
plot(t1, A, 'ro'); hold on;
```

```
plot(t2, G, 'g-');
```

```
A=A';
```

```
G=G'
```

```
xlswrite('D:\问题三最终预测.xlsx',A(1:15),'J1:J15');
```

```
xlswrite('D:\问题三最终预测.xlsx',G(16:25),'J16:J25');
```

```
%DEA求解
```

```
model:
```

```
sets:
```

```
dmu/1..25/:s,t,p;
```

```
inw/1..3/:omega;
```

```
outw/1..7/:mu;
```

```
inv(inw,dmu):x;
```

```
outv(outw,dmu):y;
```

```
endsets
```

```
data:
```

```
ctr=?;
```

```
x=0.048493771 0.056826976 0.068978626 0.087036321  
0.100205309 0.110734375 0.131510167 0.159169046  
0.172157509 0.185587346 0.202062753 0.229672739  
0.24782204 0.276730094 0.314464844 0.359743471  
0.40302041 0.451503541 0.505819165 0.566668929  
0.634838885 0.711209649 0.796767774 0.892618493 1  
0.864275625 0.868975381 0.874133973 0.879781612  
0.885164901 0.890514202 0.896513048 0.902812119  
0.906216563 0.911418584 0.917515616 0.920189323  
0.927272002 0.936105052 0.94407519 0.94646995  
0.952273341 0.958112317 0.963987095 0.969897895  
0.975844937 0.981828445 0.987848641 0.99390575 1  
0.013894963 0.013827002 0.016217097 0.017156292
```

0.021765914 0.025373711 0.027209458 0.031807087
0.036874047 0.046883772 0.05941525 0.082406861
0.116238654 0.125329172 0.13121966 0.167858025
0.204672574 0.249561275 0.304294946 0.371032782
0.452407531 0.551629355 0.672612467 0.820129543 1;

y=0.42209653 0.433438266 0.446619204 0.461945875
0.479111747 0.496890686 0.51068469 0.529383229
0.548388302 0.572604443 0.598966317 0.624408592
0.646785532 0.669775539 0.688474078 0.717707417
0.744651854 0.772607849 0.801613378 0.831707843
0.862932126 0.895328642 0.928941401 0.963816062 1
0.103788885 0.116261247 0.130324762 0.146799981
0.162162106 0.175604858 0.195212438 0.220984846
0.246521792 0.264573895 0.288212873 0.311908933
0.337046307 0.365758425 0.396532622 0.443846217
0.485768007 0.53164936 0.581864259 0.636822014
0.696970593 0.762800275 0.834847647 0.913699976 1
0.072229129 0.078911745 0.086909557 0.097928765
0.109694435 0.118569044 0.133924844 0.154873187
0.172420979 0.207279591 0.22954313 0.250301895
0.270930326 0.295693922 0.323490762 0.374866768
0.418045881 0.466198589 0.519897778 0.57978232
0.646564676 0.721039373 0.804092455 0.896712025 1
0.619467189 0.691449969 0.574477952 0.617494584
0.591940697 0.644626555 0.967344735 0.51509908 1
0.644315091 0.782598163 0.972535801 0.915122613
0.619709439 0.599768825 0.801699817 0.812808372
0.82407085 0.835489383 0.847066135 0.858803297
0.870703092 0.882767774 0.894999627 0.907400967
0.98519806 0.984710982 0.984710982 0.982113228
0.982113228 0.983574464 0.983574464 0.983574464
0.983574464 0.988607612 0.988932331 0.989744129
0.990393568 0.993153681 0.992828962 0.992634393
0.993450107 0.994266492 0.995083548 0.995901275
0.996719673 0.997538745 0.998358489 0.999178908 1
0.383678078 0.426899299 0.441545693 0.503146701
0.539188317 0.566327223 0.594040498 0.610912569
0.628215416 0.640995113 0.651046559 0.660164657
0.674093091 0.68191886 0.687447155 0.749078786
0.773515262 0.798748905 0.824805722 0.851712565
0.879497164 0.908188153 0.937815101 0.96840854 1

```
0.299568338 0.343540323 0.419866277 0.490309691
0.514428104 0.527369691 0.585753899 0.607225169
0.604578026 0.606342788 0.641932154 0.637961439
0.594136518 0.641932154 0.698698662 0.729150352
0.755195921 0.782171849 0.810111368 0.8390489
0.869020092 0.900061869 0.932212472 0.965511508 1;
```

```
enddata
max=@sum(dmu:p*t);
p(ctr)=1;
@for(dmu(i)|i#ne#ctr:p(i)=0);
@for(dmu(j):s(j)=@sum(inw(i):omega(i)*x(i,j)));
t(j)=@sum(outw(i):mu(i)*y(i,j));s(j)>t(j));
@sum(dmu:p*s)=1;
end
```