
2019 数维杯大学生数学建模竞赛论文

论文题目：火灾等级评价与快速救援措施优化模型

队伍编号：20190822

火灾等级评价与快速救援措施优化模型

摘 要:

本文讨论了火灾等级评价与快速救援措施优化问题,运用熵权法和 K-MEANS 算法,建立了熵权法火灾等级评价模型,确定了所给火灾事件的危害等级和重点放火位置,并根据筛选出的重点放火位置给出了消防人员救援分配优化措施。

针对问题一,本文利用熵权法建立了火灾事件危害性综合评级模型,用 R 软件编程求解得到了 2033 个火灾事件的危害性得分,并从中筛选出了 10 大火灾编号: 880、1055、1610、1730、1480、1081、292、1631、689、683。之后运用上述熵权法得到的权重,通过加权欧式距离的 K-MEANS 聚类算法将所有火灾事件的危害等级分为 4 个等级,分别为特别重大火灾,重大火灾,较大火灾和一般火灾。

针对问题二,本文在火灾发生位置和火灾事件危害等级的基础上综合考虑了各个省市的火灾发生概率和重大级以上火灾发生概率两个因素,利用熵权法给予各个指标以权重,对每个位置发生火灾的风险性进行评分,得到了所有位置的火灾风险性得分,通过设置风险性阈值筛选出 516 个重要放火点位置(详见材料中表三)。

针对问题三,本文建立了以救援所造成经济损失最小为目标函数的线性规划模型. 利用 R 软件求解,得到了将救援人员合理分配至 516 个重点放火位置进行救援工作的人员分配方案(详见材料中表四)。

关键词: 火灾危害等级; 熵权法; K-MEANS 算法; 最优化问题

一、问题的重述

1.1 研究背景及意义

火灾作为最经常、最普遍的灾害之一，严重威胁着公众的人身财产安全及社会的发展。在 2013 年—2018 年间，我国每年平均接报火灾 31.44 万起（不含森林、草原、军队、矿井地下部分及铁路、港航系统火灾，下同），平均每年因火灾伤亡人数为 2712.6 人，平均每年因火灾造成的直接经济损失为 40.11 亿元（数据来源于中国消防网及应急管理部消防救援局官网）。而诸如 2019 年 4 月的巴黎圣母院大火造成的文化损失更是难以复原及估量的。

因此对火灾危害等级进行评定，用于指导火灾的防范、救援及灾后损失核算等工作具有重要意义。

受自然因素（气温、空气湿度、植被覆盖面积等）、客观因素（道路交通情况、建筑结构、消防能力、人口密度等）和人为因素（生产生活用火用电、居民消防意识等）的影响^[1]，使得火灾的发生、救援及人员财产损失呈现复杂状况。本论文依据大赛所给数据和其他相关数据，对附件 2 中火灾预期点进行危害等级评价，并给出快速救援优化措施，旨在为火灾的防范及救援工作做出基础理论支撑。

1.2 问题的提出

本文将解决以下几个问题：

问题 1：对附件 2 中的 2033 个火灾预期危害等级进行评价，并筛选出 10 大火灾编号。

问题 2：结合问题 1 中所确定的火灾等级及火灾位置，筛选出重点的放火位置。

问题 3：假设目前有 100000 个消防人员，请将这些人合理的分配到问题 2 中所筛选出的重点位置中。

二、问题的分析

对本文提出的 3 个问题，我们逐一做如下分析：

问题一的分析：问题一要求对附件 2 中的 2033 个火灾划分预期的危害等级并筛选出危害最大的 10 个火灾事件。经过数据的清洗和定性变量的量化后，需要利用熵权法对量化后的火灾事件打分，并根据打分结果对火灾事件的危害性排序，最后通过 K-MEANS 聚类算法划分危害等级。

问题二的分析：重点放火位置的确定除了要考虑到火灾位置及问题一得到的火灾危害等级之外，还涉及到该地点的火灾发生概率、重大级及以上等级火灾发生概率。因此需利用熵权法确定各指标权重，建立重点放火位置评价模型，筛选出满足要求的重点放火位置。

问题三的分析：影响消防员分配方案的因素包括初始火灾面积、火灾蔓延速度、预期灾后经济损失状况、可调配的消防人员数量、灭火速度、灭火过程所耗费的时间等。结合问题要求，如人员数量、人员分配合理等条件，可将该问题转化为一项人员分配的最优化问题，建立线性规划模型进行分析。

三、模型假设

针对本文提出的问题，我们做了如下模型假设：

1. 火势蔓延速度是连续的，且不受天气变化等的影响；
2. 消防人员整体素质一致，灭火速度相对稳定；
3. 附件 2 所给救援难度系数包含火灾点环境、救援设备调配、人员机动等对救援工作产生的影响；

针对问题三做如下假设：

1. 516 处火灾点同时发生火灾；
2. 救援人员均为同时调派，且调派时间与前往救援地点时间忽略不计；
3. 不考虑同一救援人员可依次被分到不同火灾点救援的可能（如某一救援人员完成某一火灾点救援任务后前往另一火灾点参加救援），则救援总人数不超过给定的 100000 人；
4. 不考虑初始灭火时间和完成灭火时间，只考虑救援过程中的消耗时间；

四、建模与求解

4.1 问题一的建模与求解

问题一要求依据火灾预期造成的危害对火灾事件进行分类评级，并找出危害指数最高的 10 个事件。本文综合了初始火灾面积，风力大小，蔓延速度和救援难度系数，利用熵权法^[2]给予各个指标以权重，对每个事件得出危害评分，评出十大火灾事件，然后利用加权欧式距离的 K-MEANS 算法将火灾事件按照危害程度划分为 4 类。

4.1.1 数据的预处理

(1) 数据处理

A.分析附件 2 中数据是否存在异常值、缺失值等影响模型建立结果的部分，发现数据未存在该类问题；

B.由于附件 2 中“预期蔓延速度”的数据为“缓慢”、“慢”、“适中”、“快”和“特快”这些不便于与其它指标统一分析的顺序数据，因此在分析建模前按照蔓延速度依次对其进行处理：“缓慢”记为“1”、“慢”记为“2”、“适中”记为“3”、“快”记为“4”、“特快”记为“5”。

C.对数据进行标准化处理，消除不同量纲对建模结果的影响

(2) 定位火灾点

根据附件 2 火灾位置经纬度数据，使用 xGeocoding 软件通过百度浏览器 API 支持访问，批量解析经纬度到具体地址（详见附录中表一），并利用 BDP 软件进行可视化处理，如图 1。



图 1 火灾经纬度位置图

由图 1 热力分布状况可以看出，附件 2 中火灾点的位置主要分布在华北、华东及华南地

区（红色区域），且呈现由东南向西北逐渐递减（颜色由红色、黄色逐渐向绿色、蓝色过渡）的趋势，与辛晶^[3]等作的关于中国火灾空间分布状况吻合。分析火灾点分布密集地区均为人口密集（用火用电不规范、火灾后造成更多人员伤亡）、商业聚集区众多（易燃物堆积、建筑物和交通状况影响火灾救援工作）、整体经济发展状况较高（使用大规模电气设备、火灾后经济损失较大）区域，有火灾发生概率大、救援难度高、灾后人身财产损失严重的特点。

4.1.2 熵权法火灾危害等级评价模型的建立

根据附录 2 中各火灾编号的初始火灾面积、风力大小、预期蔓延速度和救援难度系数，利用熵权法对其进行危害评价，得分越高者火灾危害等级越高。之后利用加权欧式距离的 K 均值聚类法对附录 2 中各火灾编号点的火灾危害等级进行聚类分析，并按照公安部规定的火灾等级 4 级标准：特别重大、重大、较大、一般火灾进行等级分类。

(1) 算法介绍

熵权法是一种用于多对象、多指标的客观综合评价方法。其依照各指标间的变异程度，利用信息熵计算各指标的熵权，再通过熵权对各指标权重进行修正，从而得出较客观的指标权重^[4]。

熵权法：

Step1.数据标准化

假设给定 k 个指标 X_1, X_2, \dots, X_k ，其中 $X_p = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ，对其标准化后为 Y_1, Y_2, \dots, Y_k ，

$$\text{那么 } Y_{pq} = \frac{X_{pq} - \min(X_p)}{\max(X_p) - \min(X_p)}$$

Step2.求各个指标的信息熵

根据信息论中信息熵的定义，一组数据的信息熵 $E_q = -\ln(n)^{-1} \sum_{p=1}^n z_{pq} \ln z_{pq}$ ，其中

$$z_{pq} = Y_{pq} / \sum_{p=1}^n Y_{pq} \text{ . 如果 } z_{pq} = 0 \text{ , 则定义 } \lim_{z_{pq} \rightarrow 0} z_{pq} \ln z_{pq} = 0 \text{ .}$$

Step 3.确定各指标权重

根据信息熵的计算公式，计算各个指标的信息熵为 E_1, E_2, \dots, E_k .通过信息熵计算各指标的

$$\text{权重: } W_p = \frac{1 - E_p}{k - \sum E_p} (p = 1, 2, \dots, k)$$

K-MEANS 算法是一种简单的迭代型聚类算法，以 k 为参数，把 n 个对象分成 k 个簇，以使簇内有较高的相似度（簇中对象的平均值），而簇间的相似度较低。

K-MEANS 聚类法^[5]:

算法输入：聚类个数 k ，包含 n 个数据对象的数据样本集 U ；

算法输出：满足方差最小标准的 k 个聚类；

Step1.从 n 个数据对象中任意选择 k 个对象作为初始聚类中心；

Step2.根据每个聚类中所有对象的均值计算样本数据中每个对象与这些中心对象的欧式距离，并根据最小距离重新对相应对象进行划分；

Step 3.重新计算每个聚类的中心对象（均值）；

Step 4.循环 Step 2 到 Step 3，直到每个聚类不再发生变化为止

在 K-MEANS 聚类中常用的显现数据间相似度的方法是通过欧氏距离表示，它的定义是

$$d_{ij} = \sqrt{|x_{1i} - x_{1j}|^2 + |x_{2i} - x_{2j}|^2 + |x_{3i} - x_{3j}|^2 + |x_{4i} - x_{4j}|^2}$$

由于前面用熵权法计算出了不同变量的权重，四个变量在数据中有不同的作用，在聚类时运用加权欧式距离^[6]来定义其组间相似度，其定义是

$$d_{ij} = \sqrt{w_1 |x_{1i} - x_{1j}|^2 + w_2 |x_{2i} - x_{2j}|^2 + w_3 |x_{3i} - x_{3j}|^2 + w_4 |x_{4i} - x_{4j}|^2}$$

(2) 模型建立

分别用 FL_j 、 MY_j 、 JY_j 和 MJ_j ($j=1,2,3,\dots,2033$) 代表风力大小、预期蔓延速度、救援难度系数和初始火灾面积，用 a 、 b 、 c 、 d 分别表示风力大小、预期蔓延速度、救援难度系数和初始火灾面积的权重系数，则建立熵权法火灾危害等级评价模型为

$$WH_j = aFL_j + bMY_j + cJY_j + dMJ_j (j = 1,2,3,\dots,2033)$$

4.1.3 模型的求解和分析

(1) 模型求解

运用 R 软件编程求解（程序见附录中“代码”），表 1 为通过熵权对各指标权重进行修正后得到的指标权重。

表 1 熵权法各指标权重系数表

a	b	c	d
0.2712861	0.2922375	0.2415311	0.1949454

由表 1 中各指标的权重系数可以看出，利用熵权法确定的各权重系数差异不大，各指标在火灾危害等级的评定中做出了相应的贡献。其中预期蔓延速度和风力大小的权重较救援难度系数和初始火灾面积的权重较高，说明火灾发生之后的波及速度快慢及范围大小导致的危

害更大。

(2) 结果分析

得分最高的 10 个火灾编号及其得分如表 2。从表 2 可以看出火灾危害等级最严重的 10 个点（完整数据见附录中表二），其初始火灾面积、风力大小、预期蔓延速度和救援难度系数均较高于总体平均水平，说明 4 项因素对该 10 个火灾编号点的危害程度都产生了正向影响。

表 2 十大火灾得分表

编号	初始火灾面积 (平方米)	风力大小	预期蔓延速度	救援难度系数	危害得分	所属省份
880	15077	7	5	10	9.35821	西藏
1055	19448	7	4	10	9.08845	四川
1610	17646	7	5	8	9.07188	湖南
1730	19265	7	5	7	8.96108	江苏
1480	16428	7	5	8	8.95403	贵州
1081	18890	7	5	7	8.92479	云南
292	13341	7	5	9	8.9228	山西
1631	19179	6	5	8	8.83065	河南
689	19928	7	5	6	8.75778	北京
683	15958	7	4	10	8.75078	北京
均值	17516	6.9	4.8	8.3	8.96205	—
总值	9963.785	3.426	3.075	5.442	4.92	—

图 2 标示出了火灾危害等级最高的 10 个点的位置，主要分布在京津冀（编号为 292、689、683；编号 292 火灾点所属行政区划为山西省，但由图 2 中位置来看，其位于山西与河北交界处，其地理因素不受行政区划的影响，且人口和经济状况受到山西与河北两省共同影响，为便于分析将其归为京津冀地区）地区、云贵川（编号为 1055、1480、1081）地区，其余的位于江苏、河南、湖南和西藏。



图 2 十大火灾火灾编号点位置图

表 3 列出了十大火灾危害点分区域初始火灾面积、风力大小、预期蔓延速度和救援难度均值与十大火灾危害点各指标均值的数据，以此分区域分析其火灾危害等级较高的原因：

表 3 十大火灾危害点分区域数据表

地区	初始火灾面积（平方米）	风力大小	预期蔓延速度	救援难度系数
京津冀地区均值	16409	7	4.667	8.333
云贵川地区均值	16409	7	4.667	8.333
江苏	19265	7	5	7
湖南	17646	7	5	8
河南	19179	6	5	8
西藏	15077	7	5	10
十大火灾点均值	17516	6.9	4.8	8.3

京津冀地区主要因风力较大和救援难度系数较高造成其火灾危害等级提高；风力较大原因是因为其位于中纬度地区，属于半湿润大陆性季风气候，常年干燥多风^[7]，救援难度系数较大主要因为该区域人口密集、建筑物较多、救援环境复杂。

云贵川地区火灾危害等级较高的原因主要也是风力较大和救援难度系数较高；云贵川地区地处亚热带季风气候区，温度适宜植被生长，且年均降水量少、日照充足^{[7][8]}；若该地区发生火灾，且处于林木繁密区域，将使火灾在风力较大和可燃物充足，但救火人员及车辆难以迅速到达救援地点而导致救援难度增加，提高火灾危害等级。

江苏、湖南与河南地区火灾危害等级较高的共同因素有初始火灾面积较广和预期蔓延速度较快；湖南和江苏还有风力较大的影响。西藏主要受风力大小、预期蔓延速度和救援难度的影响，其中救援难度系数较十大火灾点救援难度系数均值有明显提升，分析可能是因为西藏地区独特的地理及气候特点，以及救援人员和装备配置欠缺所导致的。

之后，利用加权欧式距离的 K 均值聚类法针对附件 2 中数据进行聚类，以危害得分高低按照公安部规定的火灾等级 4 级标准：特别重大、重大、较大、一般火灾进行等级分类。表 4 给出部分聚类结果，完整结果附于附录中的表二。

表 4 K-MEANS 聚类结果

编号	聚类结果	危害得分	编号	聚类结果	危害得分
1	较大火灾	3.0502	11	特别重大火灾	4.72697
2	一般火灾	5.6086	12	特别重大火灾	3.95533
3	较大火灾	3.13522	13	重大火灾	3.52786
4	较大火灾	4.00173	14	重大火灾	4.98003
5	较大火灾	4.91952	15	一般火灾	2.71508
6	重大火灾	7.37543	16	较大火灾	5.1188
7	一般火灾	5.77468	17	特别重大火灾	6.19158
8	重大火灾	2.51185	18	一般火灾	1.90939
9	重大火灾	4.31199	19	重大火灾	3.12244
10	特别重大火灾	5.77694	20	特别重大火灾	5.99726

图 3 将 4 个火灾危害等级的初始火灾面积（为将各指标放入同一柱状图中描述，将原初始火灾面积数据缩小 10000 倍）、风力大小、预期蔓延速度和救援难度系数与总体平均水平进行比较，分析不同火灾等级间各指标的差异。由图可以看出，一般火灾等级和较大火灾等级的危害得分处于总体平均水平之下。一般火灾等级的初始火灾面积、风力大小和救援难度系数均低于总体平均水平；较大火灾等级的初始火灾面积和救援难度系数高于总体平均水平，且初始火灾面积在四个火灾危害等级中为最大值，而远低于总平均值的风力大小指标，

使该等级内地火灾点的危害程度降低；重大火灾等级的救援难度系数为 4 个等级中最高且远高于总体平均水平，导致其火灾危害得分较高；特别重大火灾中的多数指标值均较高，尤其是初始火灾面积和风力大小，但该等级的救援难度系数仅高于一般火灾等级。

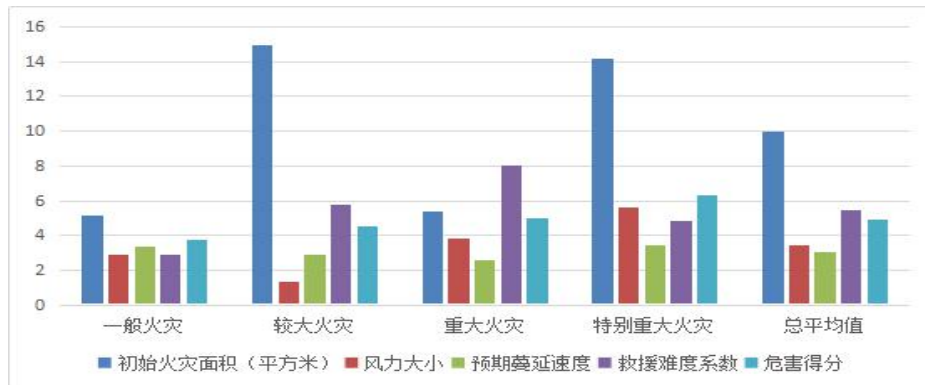


图 3 4 个火灾危害等级指标图

4.2 问题二的建模与求解

重点放火位置的确立涉及火灾等级与火灾的位置。首先根据附录 2 火灾点经纬度数据定位火灾点所属省份并计算各省发生火灾概率大小及重大火灾发生概率；再利用熵权法根据问题一得到的火灾危害等级和上述指标建立重点放火位置确定模型。

4.2.1 数据预处理

(1)使用 xGeocoding 软件通过百度浏览器 API 支持访问,批量解析经纬度到具体地址,存在 16 条数据定位到其他国家或出现在边境地区无法区别是否在中国辖区内,为了简便处理,将这些地区的地址定位到与其直线距离最近的中国省份;并且含有 33 条数据无法识别其经纬度,经处理发现这些数据大多分布在渤海、东海、黄海临近城市的边缘地带,考虑到定位数据可能有偏失,依然将这些地区的地址修改为与其直线距离最近的中国省份。上述 49 条数据位置绘于图 4。

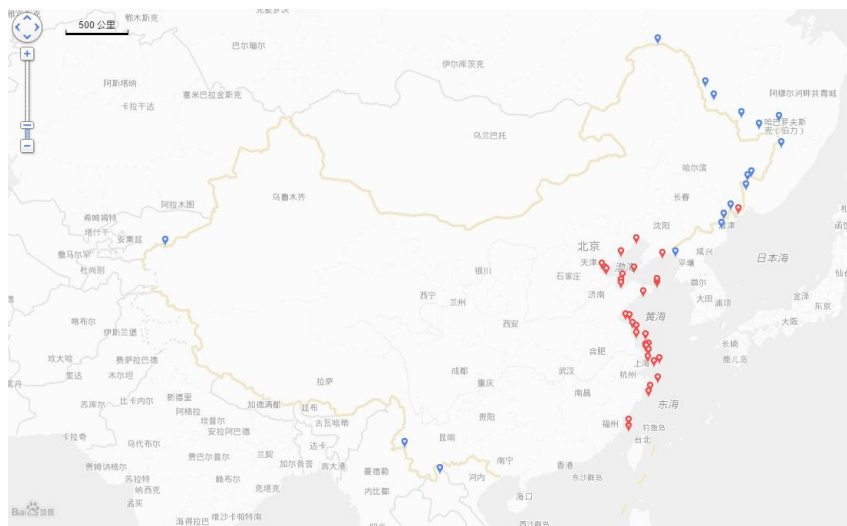


图 4 边界数据位置图

(2) 对数据进行标准化处理,消除不同量纲对建模结果的影响

4.2.2 熵权法重点放火位置确定模型的建立

重点放火位置的确定需要考虑该地点的火灾发生概率、重大及以上等级火灾发生概率及火灾危害等级 3 项指标。

基于对火灾位置的确定,利用附件 2 中火灾经纬度数据将各火灾点定位到全国 31 个省。考虑到我国自然地理环境、人口分布和经济发展状况的差异,又将其按照我国七大地理分区——华东地区、华北地区、华中地区、华南地区、西南地区、西北地区和东北地区进行区分^[7]。

表 5 中国地理区划表

华东	上海市、江苏省、浙江省、安徽省、江西省、山东省、福建省、台湾省
华北	北京市、天津市、山西省、河北省、内蒙古自治区
华中	河南省、湖北省、湖南省
华南	广东省、广西壮族自治区、海南省、香港特别行政区、澳门特别行政区
西南	重庆市、四川省、贵州省、云南省、西藏自治区
西北	陕西省、甘肃省、青海省、宁夏回族自治区、新疆维吾尔自治区
东北	黑龙江省、吉林省、辽宁省

根据附录 2 中的数据确定的火灾点所属省份,发生火灾概率 $P(h_i)$ 定为该省火灾发生总

数 h_i 比全国火灾发生总数 H , $H = \sum_{i=1}^{31} h_i$, 即

$$P(h_i) = h_i / H (i = 1, 2, 3, \dots, 31);$$

重大火灾发生概率 $P(hz_i)$ 定为该省重大及以上等级火灾发生总数 hz_i 比该省火灾发生总数 h_i , 即

$$P(hz_i) = hz_i / h_i (i = 1, 2, 3, \dots, 31);$$

为解决不同数据间量纲及数量级的差异问题,分别对发生火灾概率 $P(h_i)$ 、重大火灾发生概率 $P(hz_i)$ 和危害等级 $WD_j (j = 1, 2, 3, \dots, 2033)$ 进行标准化处理,得到 $P'(h_i)$ 、 $P'(hz_i)$ 和 WD'_j ;

利用熵权法建立重点放火位置确定模型,得到 2033 个火灾点各自的重点放火位置得分,其中 e 、 f 和 g 分别为 $P'(h_i)$ 、 $P'(hz_i)$ 和 WD'_j 的系数:

$$ZFH_j = uP'(h_{ij}) + vP'(hz_{ij}) + wWD'_j (i = 1, 2, 3, \dots, 31; j = 1, 2, 3, \dots, 2033)$$

4.2.3 模型的求解和分析

(1) 模型求解

利用熵权法确定重点放火位置确定模型中各指标的系数^{[9][10]}, 如表 6

表 6 重点放火位置权重系数表

u	v	w
0.1884	0.2061	0.6055

由表 6 中各指标的权重系数可知，在确定火灾点是否属于重点放火位置时，问题一建立的火灾点危害等级对重点放火位置得分结果有较大影响。因此，重点放火位置确定模型为

$$ZFH_j = 0.1884P'(h_{ij}) + 0.2061P'(hz_{ij}) + 0.6055WD'_j (i = 1, 2, 3, \dots, 31; j = 1, 2, 3, \dots, 2033)$$

之后按照各省将各个火灾点的重点放火位置得分由低到高排序，设置风险性得分阈值为 6.29，选择风险性得分大于 6.29 且危害等级为特别重大火灾的火灾点作为该省的重点放火位置。

(2) 结果分析

利用上述模型用 R 软件编程（代码见附录中“代码”）进行求解，共得到 516 个重点放火位置，表 7 列出部分重点放火位置得分情况，完整数据见附录中的表三。

表 7 部分重点放火位置表

编号	省份	区划	重点放火位置得分
10	内蒙古	华北地区	8.06228
11	内蒙古	华北地区	8.06228
12	内蒙古	华北地区	8.06228
17	内蒙古	华北地区	8.06228
20	黑龙江	东北地区	7.47744
21	黑龙江	东北地区	7.47744
31	黑龙江	东北地区	7.47744
37	内蒙古	华北地区	8.06228
46	黑龙江	东北地区	7.47744
58	黑龙江	东北地区	7.47744

为更加直观地显示各重点放火位置的分布状况，图将 2033 个火灾点的重点放火位置得分状况标示在地图中，其中黑色点代表该火灾点为非重点放火位置，红色点代表该火灾点为重点放火位置（共 516 个），且圆点越大表示其重点放火位置得分越高。

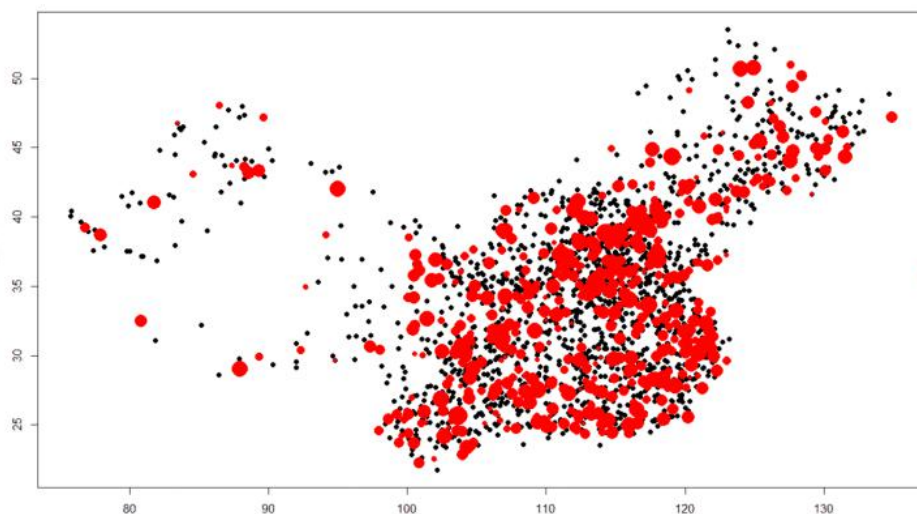


图 5 重点放火位置位置图

以省为区域划分，将重点放火位置结果列于表 8。可以看出，不同省份之间重点放火位置的数量差异较大：其中河北省、四川省、山东省、云南省、河南省、内蒙古、山西省、湖南省、贵州省和江西省的重点放火位置数量较多，上海市、宁夏回族自治区和天津市的重点放火位置数量较少。

表 8 分省重点放火位置结果表

省市	重点放火位置数	重点放火位置得分平均值	省市	重点放火位置数	重点放火位置得分平均值
河北省	34	8.34953	陕西省	15	7.14401
四川省	34	8.3616	辽宁省	14	7.0535
山东省	33	8.52124	甘肃省	13	6.88244
云南省	30	7.79563	青海省	12	7.7826
内蒙古	29	8.06228	新疆	12	6.50313
山西省	29	8.03766	福建省	10	7.27677
河南省	29	8.08315	广西	10	7.94965
湖南省	25	8.57726	广东省	8	7.51566
贵州省	22	7.92871	重庆市	8	6.74905
江西省	21	7.07533	北京市	7	9.1367
浙江省	20	7.40673	西藏	7	7.55999
江苏省	19	7.64931	天津市	4	6.82926
黑龙江	18	7.47744	宁夏	3	6.82926
湖北省	17	7.68736	上海市	2	6.29497
吉林省	16	7.87455	总计	516	7.829076705
安徽省	15	8.17295			

为探究导致重点放火位置数量多少的原因，按照地理区划将重点火灾位置进行划分，结果见表 9。在 516 个重点放火位置中，华东地区、华北地区和西南地区的重点放火位置数量较多。结合图 5 发现，重点放火位置数量最多的 10 个省份有 8 个省份属于华北地区（河北省、内蒙古、山西省）、华东地区（山东省、江西省）和西南地区（四川省、云南省、贵州省）。

表 9 分区域重点放火位置结果表

区划	重点放火位置数	重点放火位置得分平均值
东北地区	48	7.486160833
华北地区	103	8.175303107
华东地区	120	7.760051917
华南地区	18	7.756765556
华中地区	71	8.162365775
西北地区	55	7.064516545
西南地区	101	7.915913366
总计	516	7.824152885

分析原因：华北地区（京津冀晋蒙）气候干燥、春秋多风少雨，人口密集、商业聚集地较多、且分布有众多工业基地，导致火灾易发，火灾救援难度大、灾后人员伤亡和财产损失严重；华东地区（沪苏浙皖鲁赣闽）由于我国南北分界线——淮河将其分为两种不同的气候，不便以单一气候特点进行分析，在经济发展方面，该区域包含多个我国经济状况领先的

省市，如江苏等、上海市、浙江省等（数据来源国家统计局官网），且有许多人口密度较大的省市，如上海市、江苏省、山东省等，导致火灾易发且灾后人身财产损失严重；西南地区（川渝云贵藏）气候干燥、植被覆盖率高，易引发林火，且救援工作难度较高。

4.3 问题三的建模与求解

将 100000 位消防员合理分配到各个重点防火位置进行最有效的救援问题可以视作是一项人员分配的最优化问题。影响救援效率的因素包括初始火灾面积、火灾蔓延速度、预期灾后经济损失状况、可调配的消防人员数量、灭火速度、灭火过程所耗费的时间等，因此将问题转换为目标函数为救援所造成的经济损失最小的线性规划问题^{[11][12][13]}。

4.3.1 数据的预处理

(1) 数据的采集

为估计火灾造成的经济损失，用各省近 5 年 GDP 的平均数（消除时间因素的影响）与各省土地面积之比作为单位面积内因火灾可能产生的经济损失值。各省 GDP 数据和各省土地面积数据均来源于国家统计局官网（数据见附录中表五）

(2) 对数据进行标准化处理，消除不同量纲对建模结果的影响

4.3.2 消防员的最优化分配模型的建立

(1) 符号说明

符号	符号说明	单位	备注
x_i	重点防火区分别调派的消防人员数	人	—
q_i	单位平方米所造成的火灾现场经济损失	万元/平方千米	—
λ	消防人员在单位时间内的灭火速度	—	—
t_i	救援全程所耗时间	—	—
h_i	单位时间内消防费用	—	虚拟变量，无单位
s_i	每块地区的初始烧毁面积	—	—
v_i	火灾蔓延速度	—	—

(2) 建立模型

在实际问题中，针对某一火灾调派的消防人员越多，灭火所需要的时间越少，火场遭受的直接经济损失也越少，但是这可能导致因消防人员过度支配而使消防部门经济损失的增加。而如果派出的消防队员人数过少，便可能存在因灭火时间变长造成的灾后经济损失增长问题。因此，消防人员的合理调派数量应以火场实际情况来决定。本文将救援人数的确定转换为此次救援所造成的经济损失最小的线性规划问题^{[14][15]}，即火场的经济损失和救援难度的经济损失和最小。

在救援过程中，火灾现场的火势仍继续蔓延，故每块地区的最终烧毁面积应该为初始火灾面积与救援过程中火灾蔓延面积之和

$$S_{\text{烧}i} = s_i + t_i v_i$$

消防员的总灭火面积为每个消防员单位时间的灭火面积、参与消防工作的消防员人数与消防工作进展时间的乘积，即

$$S_{\text{灭}i} = x_i \lambda t_i$$

而消防作业完成时必须扑灭的火灾面积等于火灾最终烧毁面积，则

$$S_{\text{灭}i} = S_{\text{烧}i}$$

$$x_i \lambda t_i = s_i + t_i v_i$$

得到

$$t_i = \frac{s_i}{x_i \lambda - v_i}$$

每块地方的火场损失和消防费用的总和为

$$f(x_i) = q_i S_{\text{烧}i} + h_i t_i$$

代入 $S_{\text{烧}i}$ 和 t_i 得到

$$f(x_i) = q_i s_i t_i + \frac{h_i s_i}{x_i \lambda - v_i}$$

则该问题的目标函数为

$$f(x) = \sum_{i=1}^{516} f(x_i) = \sum_{i=1}^{516} q_i s_i t_i + \frac{h_i s_i}{x_i \lambda - v_i}$$

由于问题二中的 516 个重点地区火灾面积均超过 3500 平方米，危害程度较高。为符合实际救援情况及保证火灾救援效率，规定各火灾点分派到的消防人员数不少于 16 人。因此，消防员分配问题被转换为如下线性规划问题：

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{516} q_i s_i t_i + \frac{h_i s_i}{x_i \lambda - v_i}$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^{516} x_i \leq 100000 \\ x_i \geq 16 \end{cases}$$

4.3.3 模型结果

利用 R 软件编程（程序于附录中“代码”）求解，得到将 100000 名消防员分配到 516 个重点火灾位置的最优结果，部分数据列于表 10 中，完整数据于附录中的表四。

表 10 消防员分配部分结果

编号	分配消防员数量	编号	分配消防员数量
640	76	1460	224
646	34	1463	113
658	50	1467	240
680	52	1468	105
681	183	1470	224
683	61	1502	111
689	95	1510	239
1423	111	1511	109
1457	241	1516	235
1458	119	1550	110

以上所计算的最佳消防人员数共调配了 88728 人,但是在救火场景中还可能出现风向突变、风力加大以及物理环境促使火势增大的不利情况,使得原派去的消防人员可能无法扑灭大火,剩下的一万多消防员可作为待定成员,如遇突发情况前去增援^[16]。

事实上本文所给的数据都是在对实际火场进行勘察后的记录。在实际生活中,当消防人员接到突发事件,由于没有专业人员在场,无法勘测到火势走向,往往只能凭借经验调派人员,遇到面积大的或是火势突变的情况只能请求增援甚至二次以上增援。对救援人员的传唤不仅在消防费用上造成了额外的开支,还有增援花费的时间导致错过了最佳抢险时机。所以对某地火灾数据进行调查和分析,计算不同情况下应该调派人员数,可以在今后该地遇到火灾时作出合理的人员预算。

参考文献

- [1] 马咏真.模糊聚类分析在中国火灾危害分类中的应用[J].防灾减灾工程学报,2006(04):414-418.
- [2] 杨瑞.基于熵权法的创业板上市公司信用评价体系研究[D].西安理工大学,2018.
- [3] 辛晶,杨玉胜,王玉,张鹏.近十年中国火灾时空分布特征及成因分析[J].消防科学与技术,2016,35(01):117-119.
- [4] 王继伟.基于熵权法的房地产投资风险评价[D].青岛大学,2007.
- [5] 郭靖.对 K-means 聚类算法欧氏距离加权系数的研究[J].网络安全技术与应用,2016(10):74-75.
- [6] 董旭,魏振军.一种加权欧氏距离聚类方法[J].信息工程大学学报,2005(01):23-25.
- [7] 朱美宁,李晨菁,巩妮.基于地理区划的中国七大区近十年来 FDI 地域结构特征[J].经济研究导刊,2017(23):81-83.
- [8] 谷富.云贵高原近 55 年气候变化特征及其对树木径向生长的影响[D].兰州大学,2018.
- [9] 郑琼,周梅华.基于熵权法的移动社交信任分析[J].软科学,2019,33(05):129-134.
- [10] 倪宁,张少泉,陈晓云,张筱雨.基于熵权法和模糊层次分析法的审计风险评估[J].软件,2018,39(10):254-259.
- [11] 钟晓.2018 年全国火灾形势总体平稳 消防救援队伍接警出动连续 6 年突破 100 万起近八

-
- 成是抢险救援和社会救助[J].中国消防,2019(01):8-9.
- [12]朱宏.森林救火的优化模型[J].吉林师范大学学报(自然科学版),2004(01):96-97.
- [13]林道荣,韩中庚.森林救火中消防队员增援人数的确定[J].数学的实践与认识,2009,39(10):20-25.
- [14]付常洋,王瑜,刘茜,邢素霞,肖洪兵.基于非线性整数规划的卷纸分切排产方案优化算法研究[J].中国造纸,2019,38(03):56-60.
- [15]左双勇,王祥玲,朱志斌.一种求解非线性约束优化问题的无罚函数无滤子方法[J].数学的实践与认识,2019,49(06):243-249.
- [16]陈则宇.大数据在灭火救援中的研究与应用[D].南昌大学,2016.